SODDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

Abduqodirov Rahimjon Do'stmurodovich

Toshkent Farmatsevtika Instituti

akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Matematikaning differensial tenglamalar bo'limi eng qiziqarli sohalardan biri hisoblanadi. Shu bilan bir qatorda differensial tenglamalar orqali ko'pgina masalalar o'z yechimini topmoqda. Differensial tenglamalarga oid masalalarni yechish turli sohalarda keng qo'llanilmoqda. Masalan: texnika, dasturlash va boshqalar. Sodda differensial tenglamalarni yechish, hamda ularning yechilish usullari va yo'llari orqali differensial tenglamalar faniga oz bo'lsada kirib boramiz hamda ularni o'rganamiz.

Kalit so'zlar: Sodda differensial tenglamalar, oddiy differensial tenglamalar, differensial tenglamaning umumiy integrali, o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar, differensial tenglama yechimining mavjudligi va yagonaligi.

KIRISH

Birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechish uchun ularni birinchi o'rinda shaklini bilib olishimiz kerak.

Birinchi tartibli differensial tenglama

$$F(x, y, y') = 0 \qquad (1)$$

ko'rinishda bo'ladi. Agar bu tenglamani y' ga nisbatan yechish mumkin bo'lsa, uni

$$y' = f(x, y) \qquad (2)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Bu holda differensial tenglama hosilaga nisbatan yechilgan deyiladi. Bunday tenglama uchun quyidagi teorema o'rinli bo'lib, bu teorema differensial tenglama yechimining mavjudligi va yagonaligi haqidagi teorema deyiladi.

1-Teorema. Agar $y' = f(x, y)$ tenglamada $f(x, y)$ funksiya va undan y bo‘yicha olingan $\frac{\partial f}{\partial y}$ xususiy hosila xOy tekislikdagi (x_0, y_0) nuqtani o‘z ichiga oluvchi biror sohada uzluksiz funksiyalar bo‘lsa, u holda berilgan tenglamaning $x = x_0$ bo’lganda $y = y_0$ shartni qanoatlantiruvchi birgina $y = \varphi(x)$ yechimi mavjuddir.

1 -Ta’rif. Birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi deb bitta ixtiyoriy C o‘zgarmas miqdorga bog‘liq bo’lgan hamda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $y = \varphi(x, C)$ funksiyaga aytiladi:

a) bu funksiya differensial tenglamani C o‘zgarmas miqdorning har qanday aniq qiymatida qanoatlantiradi;

b) $x = x_0$ bo’lganda $y = y_0$, ya’ni $y|_{x=x_0} = y_0$ boshlang‘ich shart har qanday bo‘lganda ham C miqdorning shunday $C = C_0$ qiymatini topish mumkinki, bunda $y = \varphi(x, C_0)$ funksiya berilgan boshlang‘ich shartni qanoatlantiradi.

Biz differensial tenglamaning umumiy yechimini izlashda ko‘pincha y ga nisbatan yechilmagan

$$\Phi(x, y, C) = 0 \qquad (3)$$

ko’rinishdagi munosabatga kelib qolamiz. Bu munosabatni y ga nisbatan yechsak, umumiy yechimni hosil qilamiz. Ammo y ni $\Phi(x, y, C) = 0$ munosabatdan foydalanib elementar funksiyalar bilan ifoda etish hamma vaqt ham mumkin bo‘lavermaydi. Bunday hollarda umumiy yechim oshkormas ko‘rinishda qoldiriladi.

Umumiy yechimni oshkormas holda ifodalovchi $\Phi(x, y, C) = 0$ ko‘rinishdagi tenglik differensial tenglamaning umumiy integrali deyiladi.

2-Ta’rif.

$$y' = f_1(x) \cdot f_2(y) \qquad (4)$$

ko‘rinishdagi tenglamalar o‘zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar deb ataladi, bu yerda $f_1(x)$ va $f_2(y)$ - uzluksiz funksiyalar.

Misol. $y' = y/x$ tenglamani yeching.

Yechish. Berilgan tenglama (4) ko‘rinishdagi tenglama, bu yerda $f_1(x) = 1/x$ va $f_2(y) = y$. O‘zgaruvchilarni ajratib, $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$ tenglamani hosil qilamiz. Uni integrallab, $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x} + \ln C, \quad C > 0$ yoki $lny = lnx + lnC$ va bu tenglikni potensirlab, $y = Cx$ umumiy yechimni topamiz.

Faraz qilaylik, $y = Cx$ umumiy yechimdan $x_0 = 1, y_0 = 2$ boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechim topish talab qilinyapti. Bu qiymatlarni $y = C \cdot x$ ga x va y larning o ‘rniga qo‘yib, $2 = C \cdot 1$ yoki C=2 ni topamiz. Demak, xususiy yechim y=2x ekan.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. —М., «Наука», 1974.

2. Salohiddinov M.S., Nasriddinov G‘. Oddiy differensial tenglamalar. —T., «O‘qituvchi» 1982.

3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. —М., «Наука», 1979.