ABSTRAKT ALGEBRA KURSIDA GRUPPA NAZARIYASIGA KIRISH

ChDPU matematika va informatika fakulteti 23/2 guruh talabasi
***Asilbayev Sayatjon**.*

Annotatsiya: *Sonlar ustida, balki, ixtiyoriy to'plam elemetlari ustida amallar kiritish natijasida algebraik sistemalar payda bo'la boshlagan. Algebraik sistemalarning dastlabkisi gruppalar bo'lib, gruppalar nazariyasi abstrakt algebraning asosiy bolimlaridan biri hisoblangan. Gruppalar to'plamda bitta algebraik amal yordamida aniqlangan. Hozirga kunda gruppalar nazariyasi algebraning asosiy obyekti hisoblanib, matematkaning geometriya, topologiya kabi qator saholarda, bazi fizik va mehanik masalalarni yechishda ham ishlatiladi. Maqola o'liy ta'lim muassasalari, talabalar uchun algebra faniga oid mavzularni tushunishga yordam beradi.*

Kalit so'zlar: *Binar amal, assosiativlik xossasi, algebraik sistema, gruppoid, manoid, yarim gruppa, birlik element, teskari element, gruppa.*

KIRISH: Hammamizga ma'lumki, algebra atamasi yurtdoshimiz, buyuk mutafakkir olim, matematik va astronom Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy bobomiz tomonidan yozilgan "Al-jabr va al-muqobala" asari bilan befosita bog'liqdir. Muhammad al-Xorazmiyning ko'plab asarlarida sonlar ustida arifmetik amallar keltirilgan bo'lib, birinchi va ikkinchi darajali algebraik tenglamalarga doir masalalarni yechishning umumiy usullari ko'rsatib o'tgan.

Sonlar toplami ustida aniqlangan qo'shish va ko'paytirish amallari algebraik sistemaga dastlabki misol bo'la oladi.Misol tariqasida natural sonlar, butun sonlar, tarsional sonlar, haqiqiy va kompleks sonlar toplami qo'shish amaliga misol bola oladi. Bazilari ko'paytirish amaliga ham misol bola oladi. Lekin manfiy sonlar ustida ustida ko'paytirish amaliga algebraik sistema bo'la olmaydi, chunki ikkita manfiy sonlarning ko'paytmasi musbat son son bo'ladi. Bu tushuncha 19-asrda simmetriyani va matematik vaqealarni tadqid qilish jarayonida shakllangan. Haqiqiy sonlarda qo'shish va ko'paytirish amallari binar amallar hisoblanib, gruppa tushunchasi ham biror to'plamda aniqlangan binar amal yordamida kiritiladi. Umimiy olganda algebraik amal deganda nafaqat binar amal, balki n-ar amallar ham tushuniladi. Aytib o'tkanimizdek, gruppalar, XVIII asr oxirlari va XIX asr boshlarida o'rganilgan bo'lsada,gruppalarning abstrakt ta'rifi esa XX asr boshlariga kelib kiritilgan. Undan so'ng bu nazariyani bir qancha olimlar tamonidan o'rganila halqalar va maydonlar nazariyasining ham rivojlanishiga olib keldi.Gruppa odatda G harfi va biror **(∗)** amaliga muvofiq aniqlanadi.

Binar amal, yarim gruppa, monoid va gruppalar.

Bizga bo'sh bo'lmagan A to'plam va $A \times A$ dekart ko'paytma berilgan bo'lsin. $A \times A$ dekart ko'paytmani A to'plamga o'tkazuvchi $* : A \times A \to A$ asklantirish berilgan bo'lsa, u holda A to'plamda **binar amal** aniqlangan deyiladi. Ushbu $(A, *)$ juftlikka esa **algebraik sistema** yoki **gruppoid** deb ataladi.

Tarif: Agar $(S, *)$ algebraik sistemada ixtiyoriy $a, b, c \in S$ elementlar uchun assosiativlik xossasi, ya'ni

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, u holda $(S, *)$ algebraik sistemaga **yarim gruppa** deyiladi.

Tarif: Agar $(M, *)$ yarim gruppada shunday $e \in M$ element mavjud bo'lib, ixtiyoriy $a \in M$ element uchun

$$e * a = a * e = a$$

tenglik bajarilsa, u holda $(M, *)$ yarim gruppaga **monoid** deyiladi. Ushbu e elementga esa **birlik element** deb ataladi.

Tarif: . Agar $(G, *)$ monoid berilgan bo'lib, ixtiyoriy $a \in G$ element uchun

$$a^{-1} * a = a * a^{-1} = e$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $a^{-1} \in G$ element mavjud bo'lsa, u holda $(G, *)$ algebraik sistemaga **gruppa** deyiladi. a^{-1} element esa a elementning **teskari elementi** deb ataladi.

Demak, gruppa bu biror to'plamda aniqlangan algebraik amalga nisbatan assosiativlik xossasi o‘rinli bo‘ladigan, birlik elementi mavjud bo‘lib, ixtiyoriy elementi teskarilanuvchi bo‘ladigan algebraik sistema ekan.

Agar (G, ∗) gruppaning ixtiyoriy a, b ∈ G elementlari uchun

a ∗ b = b ∗ a

tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda (G, ∗) gruppa **kommutativ gruppa** yoki **Abel gruppasi** deyiladi. Kommutativ bo‘lmagan gruppa esa **nokommutativ gruppa** yoki **noabel gruppasi** deyiladi.

1-misol: (R_+, ·) gruppa bo’lishini isbotlang.

I. Misol yechish rejasi.

1) Yarim gruppaga tekshiramiz;

2) Birlik elementga tekshiramiz;

3) Keyin teskari elementti bor yoqligini tekshiramiz;

II. Yechish:

1)∀ 1, 2, 3 ∈R_+

$(1 \cdot 2) \cdot 3 = 1 \cdot (2 \cdot 3)$

Yarim gruppa

2) ∀ 2 ∈R_+ ∃ e ∈R_+

2·e = e·2 = 2 e=1 bu yerda birlik element.

Manoid

3) ∀ a^{-1} ∈R_+ ∃ 3 ∈R_+

$3 \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot 3 = e$ $a^{-1} = \frac{1}{3}$ teskari element

Gruppa

2-misol:(Z, +) gruppa bo’lishini isbotlang.

I.Misol yechish rejasi.

1) Yarim gruppaga tekshiramiz;

2) Birlik elementga tekshiramiz;

3) Keyin teskari elementti bor yoqligini tekshiramiz;

II. Yechish:

1)∀ -2,-1,7, ∈ Z

(a ∗ b) ∗ c = a ∗ (b ∗ c)

((-2)+(-1))+7=(-2)+((-1)+7)

Yarim gruppa

2) ∀ -2 ∈ Z

(-2)+e = e+(-2) = (-2) e=0 bu yerda birlik element.

Manoid

3)∀ a^{-1} ∈ Z $\exists -1 \in Z$

$(-1) + a^{-1} = a^{-1} + (-1) = e$ $a^{-1} = 1$ teskari element

Gruppa

III. Yechish tahlili.

Agar berilgan masala yarim gruppa shartini bajarmasa manoidga tekshirish kerak emas. Yarim gruppa shartini qanoatlantirib, lekin manoid shartini qanoatlantirmasa teskari elementga tekshirish kerak emas.Agarda manoid shartini qanoatlantirib teskari elementi mavjud bolsa, unda berilgan algebraik sistema gruppa bola oladi. Berilgan 2 ta misol ham gruppa shartini qanoatlantirganligi uchun bu misollar gruppa bola oladi.

3-misol:(N, +) gruppa bo'lishini isbotlang.

I.Misol yechish rejasi.

1) Yarim gruppaga tekshiramiz;

2) Birlik elementga tekshiramiz;

3) Keyin teskari elementti bor yoqligini tekshiramiz;

II. Yechish:

1)∀ 2,4,7, ∈ N

(a ∗ b) ∗ c = a ∗ (b ∗ c)

(2+4)+7=2+(4+7)

Yarim gruppa

2) ∀ 2 ∈ N

2+e = e+2 = 2 e=0 bu yerda birlik element.

Manoid

3)∀ a^{-1} ∈ N $\exists\, 7 \in Z$

$7 + a^{-1} = a^{-1} + 7 = e \qquad a^{-1} = -7$ teskari element

Gruppa emas

III. Yechish tahlili.

Agar berilgan masala yarim gruppa shartini bajarmasa manoidga tekshirish kerak emas. Yarim gruppa shartini qanoatlantirib, lekin manoid shartini qanoatlantirmasa teskari elementga tekshirish kerak emas.Agarda manoid shartini qanoatlantirib teskari elementi mavjud bolmadi vagruppa shartini qanoatlantirmadi. Ya'ni berilgan misol gruppa emas ekan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Ayupov Sh.A., Omirov B.A. Xudoyberdiyev A.X., Haydarov F.H. Algebra va sonlar nazaryasi. “Toshkent”, 2021 y. 7 bet.
2. Ash R.B. Abstract Algebra. “Dover Publication”, 2006,
3. Xodjiyev D.X., Faynleyb A.S. Algebra va sonlar nazaryasi kursi. “O‘zbekiston”, 2001 y.
4. Grillet P.A. Abstract Algebra. 2007,