XUSUSIY VA UMUMIY HOLLARDA PARALLEL YAQINLASHISH STRATEGIYASI (P-STRATEGIYA)

Abduqodirov Rahimjon Do'stmurodovich,
Toshkent Farmatsevtika instituti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi
fullstackweb99@gmail.com

Annotatsiya: Hozirgi kunda matematikaning differensial o'yinlar bo'limi rivojlanib kelmoqda. Ilmiy sohalarda esa alohida e'tibor qaratilmoqda, shu bilan birgalikda differensial o'yin tenglamalari orqali ko'pgina masalalar o'z yechimini topmoqda. Differensial o'yinlarga oid masalalarni yechish turli sohalarda keng qo'llanilmoqda. Masalan: dasturlash sohasida. Maqolada differensial o'yinlarda o'yinchilarning boshqaruvlariga geometrik chegara qo'yilgan holda quvish-qochish masalalarini hal etish uchun P-strategiyani qurish ko'rsatilgan va u orqali yangi yetarli shartlar olingan.

Kalit so'zlar: Differensial o'yin, P-strategiya, quvuvchi, qochuvchi, o'yinchilar boshqaruvi, kafolatlangan vaqt.

Kirish. Quvuvchi va qochuvchining differensial tenglamalari

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad |u| \le \rho,$$
$$\dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad |v| \le \sigma,$$
$$\rho > \sigma, \quad x, y, u, v, x_0, y_0 \in R^2, \quad x_0 \ne y_0$$

orqali ifodalanuvchi P-strategiyada

$$x(\tau) = y(\tau), \quad \tau > 0$$

da bo'lganda qochuvchi tutilgan deyiladi.

1). Xususiy holda P-strategiya. Bunda quvuvchi va qochuvchining boshlang'ich koordinatalarini

$$x_0 = (0,0) = (x_{10}, x_{20}), \quad y_0 = (0,a) = (y_{10}, y_{20}), \ a > 0,$$

va ularning vektor tezliklarini esa mos ravishda

$$u = (u_1, u_2), \ v = (v_1, v_2)$$

ga teng. P-strategiyani qurish

$$u_1 = v_1$$

tenglikga asoslangan. Quvuvchi boshqaruvining 2-komponentasi esa

$$u_2 = \sqrt{\rho^2 - u_1^2} = \sqrt{\rho^2 - v_1^2}$$

ifodaga teng bo'ladi.

1-Xossa. *Xususiy holda P-strategiyada quvuvchi qochuvchini ta'qib eta boshlagandan ixtiyoriy* $t \ge 0$ *vaqtda quvuvchi va qochuvchining pozitsiyalari Oy* *o'qiga parallel to'g'ri chiziqda yotadi, ya'ni ularning holat koordinatalari absissalari o'zaro teng bo'ladi.*

Buni ko'rsatish qiyin emas:

$$x_1(t) = x_{10} + \int_0^t u_1(s)ds = 0 + \int_0^t v_1(s)ds$$

$$y_1(t) = y_{10} + \int_0^t v_1(s)ds = 0 + \int_0^t v_1(s)ds$$

Bundan kelib chiqadiki, ixtiyoriy $t \geq 0$ da $x_1(t) = y_1(t)$.

Demak, xususiy holda P-strategiya quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = \sqrt{\rho^2 - u_1^2} = \sqrt{\rho^2 - v_1^2}. \end{cases}$$

2). Umumiy holda P-strategiya. $e = \dfrac{y_0 - x_0}{|y_0 - x_0|}$ vektor bu quvuvchining boshlang'ich holati x_0 dan qochuvchining boshlang'ich holati y_0 ga yo'nalgan birlik vektor. $u = (u_1', u_2')$, $v = (v_1', v_2')$ lar esa quvuvchi va qochuvchining tezlik vektorlari va ularning tashkil etuvchilari. Quvuvchiga strategiya quramiz:

$$|u| = \rho, \quad u_1' = v_1'$$

$$|u_2'| = \sqrt{\rho^2 - |u_1'|^2}, \qquad u = u_1' + u_2'$$

$$v_2' = (v,e)\cdot e, \quad |v_1'| = \sqrt{|v|^2 - |v_2'|^2} = \sqrt{|v|^2 - (v,e)^2}$$

$$u_2' = e\cdot|u_2'| = e\cdot\sqrt{\rho^2 - |u_1'|^2} = e\cdot\sqrt{\rho^2 - |v_1'|^2} = e\cdot\sqrt{\rho^2 - (|v|^2 - (v,e)^2)} = e\cdot\sqrt{\rho^2 - |v|^2 + (v,e)^2}.$$

ifodani hosil qilamiz. $u = u_1' + u_2'$ dan foydalanib,

$$u_1' = v_1' = v - v_2' = v - (v,e)\cdot e \ ,$$

$$u = u_1' + u_2' = v_1' + u_2' = v - (v,e)\cdot e + e\cdot\sqrt{\rho^2 - |v|^2 + (v,e)^2}$$

umumiy hol uchun P-strategiyani hosil qilamiz. Agar $|v| = \sigma$ deb olsak,

$$u = v - (v,e)\cdot e + e\cdot\sqrt{\rho^2 - \sigma^2 + (v,e)^2}.$$

***2-Xossa**. Ixtiyoriy $t \geq 0$ da $\rho > \sigma$ uchun x(t) - quvuvchining holati va y(t) - qochuvchining holati bo'lsin, u holda ularni tutashtirishdan hosil bo'lgan $y(t) - x(t)$ vektor $e = \dfrac{y_0 - x_0}{|y_0 - x_0|}$ birlik vektorga parallel bo'ladi.*

$y(t) - x(t) \| e$ bo'lishini ko'rsatishimiz kerak:

$$y(t) - x(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds - x_0 - \int_0^t u(s)ds = y_0 - x_0 + \int_0^t v(s)ds - \int_0^t (v(s) - (v(s),e)\cdot e + e\cdot\sqrt{\rho^2 - \sigma^2 + (v(s),e)^2})ds =$$

$$= |y_0 - x_0|\cdot e - e\cdot\int_0^t (\sqrt{\rho^2 - \sigma^2 + (v(s),e)^2} - (v(s),e))ds = e\cdot\left(|y_0 - x_0| - \int_0^t (\sqrt{\rho^2 - \sigma^2 + (v(s),e)^2} - (v(s),e))ds\right) = e\cdot dt$$

$\left(|y_0-x_0|-\int_0^t(\sqrt{\rho^2-\sigma^2+(v(s),e)^2}-(v(s),e))ds\right)=dt$ - skalyar funksiyani qisqacha dt orqali belgilab oldik. $y(t)-x(t)=e\cdot dt$ ifodadan $y(t)-x(t)\|e$ ekanligi kelib chiqadi.

1-Teorema. *Agar Quvuvchi* $u=v-(v,e)\cdot e+e\cdot\sqrt{\rho^2-\sigma^2+(v,e)^2}$, $e=\dfrac{y_0-x_0}{|y_0-x_0|}$ *P-strategiya qo'llasa, u holda, [0,T] vaqt oralig'ida o'yin tugaydi*.

Bunda $T=\dfrac{|y_0-x_0|}{\rho-\sigma}$. Ya'ni, $x(\tau)=y(\tau)$, $\tau\in[0,T]$ shart bajarilganda o'yin tugaydi.

Isbot. Qochuvchining $v(t)$ boshqaruvi ixtiyoriy bo'lsin. Ixtiyoriy $t\geq 0$ da, $x(\tau)=y(\tau)$, $\tau\in[0,T]$ tenglikni ko'rsatish uchun, $d(\tau)=0$, $\tau\in[0,T]$ tenglikni ko'rsatish yetarlidir.

$y(t)-x(t)=e\cdot dt$, $\quad dt=|y_0-x_0|-\int_0^t(\sqrt{\rho^2-\sigma^2+(v(s),e)^2}-(v(s),e))ds.$

$(v(s),e)=\xi$ orqali belgilab olamiz. Bunda $(v,e)\leq|v|\cdot|e|$ va $|v|\leq\sigma$ bo'lgani uchun, $-\sigma\leq\xi\leq\sigma$ tengsizlikni hosil qilamiz. Integral ostidagi funksiya esa

$$f(\xi)=\sqrt{\rho^2-\sigma^2+\xi^2}-\xi \quad \text{, bunda } -\sigma\leq\xi\leq\sigma$$

ko'rinishda hosil bo'ladi. $f(\xi)$ ning minimum qiymatini toppish uchun avval funksiyadan hosila olamiz:

$$f'(\xi)=\frac{\xi}{\sqrt{\rho^2-\sigma^2+\xi^2}}-1$$

Ko'rinib turibdiki, $f'(\xi)<0$, bundan, $f(\xi)$ funksiya kamayuvchi. Demak,

$$f_{\min}(\xi)=f(\sigma)=\sqrt{\rho^2-\sigma^2+\sigma^2}-\sigma=\rho-\sigma.$$

$$dt\leq|y_0-x_0|-\int_0^t(\rho-\sigma)ds=|y_0-x_0|-(\rho-\sigma)\cdot t=0$$

tenglamaning yechimi

$$t=\frac{|y_0-x_0|}{\rho-\sigma}, \text{ ya'ni } t=T \text{ bo'ladi.}$$

Yuqoridagi ifodalardan $d(0)=|y_0-x_0|>0$ va $d(T)\leq 0$, u holda,

$$d(\tau)=0, \quad \tau\in[0,T] \text{ va}$$

$$y(\tau)-x(\tau)=0\Rightarrow x(\tau)=y(\tau)$$

kelib chiqadi. Ya'ni quvuvchining geometrik holati qochuvchining geometrik holati bilan ustma-ust tushmoqda. Teorema isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Саматов Б.Т. Задача преследования-убегания при разнотипных ограничениях. Наманган.: НамГУ, 2019.
2. Азамов А.А., Кучкаров А.Ш., Саматов Б.Т. О связи между разрешимостью задач преследования, управляемости и устойчивости в целом в линейных системах с разнотипными ограничениями // ПММ. 2007.

3. Петросян Л.А. Об одном семействе дифференциальных игр на выживание в пространстве R^n // Докл. АН СССР. 1965.
4. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967.
5. Azamov A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint //Serdica Bulgariacae math. Publ. Sofia, 1986.